

Szent István Egyetem

Gödöllő



**REGRESSZIÓS MODELLEK ALKALMAZÁSA
A KERESLET ALAPÚ ÁRKUTATÁSBAN**

Doktori (PhD) értekezés tézisei

LÁZÁR EDE

Gödöllő

2011

A doktori iskola

megnevezése: Gazdálkodás- és Szervezéstudományok Doktori Iskola

tudományága: gazdálkodás- és szervezéstudományok

vezetője: Dr. Szűcs István
egyetemi tanár
Szent István Egyetem, Gödöllő
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Közgazdaságtudományi és Módszertani Intézet

témavezető: Tóthné Dr. Lőkös Klára
egyetemi docens
Szent István Egyetem, Gödöllő
Gazdaság- és Társadalomtudományi Kar
Közgazdaságtudományi és Módszertani Intézet

Az iskolavezető jóváhagyása

A témavezető jóváhagyása

TARTALOMJEGYZÉK

1. A MUNKA ELŐZMÉNYEI, A KITŰZÖTT CÉLOK	1
2. ANYAG ÉS MÓDSZER.....	3
A függvényillesztés módszere.....	3
A függvényillesztés módszerének empirikus alkalmazása	4
Az optimum ár analitikus levezetése.....	6
A binomiális logisztikus regressziós modell.....	8
A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatói módszer	11
A binomiális logisztikus regressziós árkutatói módszer empirikus alkalmazása	12
Modellspecifikáció.....	13
Az optimum ár meghatározása.....	14
A binomiális logisztikus regressziós árkutatói módszer egy optimális folyamata	15
3. EREDMÉNYEK	17
Új és újszerű tudományos eredmények.....	17
4. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK.	20
A kifejlesztett módszerek alkalmazási feltételei	20
Továbbfejlesztési lehetőségek.....	21
5. A SZERZŐNEK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉHEZ KAPCSOLÓDÓ PUBLIKÁCIÓI	23

„Úgy hiszem, hogy jobb a mikroökonómiai elméletet a valós gazdasági életben tesztelni, mint azt hinni, hogy alkalmazhatatlan.”

Clive W. J. Granger

1. A MUNKA ELŐZMÉNYEI, A KITŰZÖTT CÉLOK

A doktori disszertáció célkitűzése a **marketingkutatói ártesztek módszertanának fejlesztése ökonometriai modellek adaptálásával**. A kidolgozott módszertan lényege a marketingkutatók során kinyilvánított vásárlási hajlandóság alapján meghatározott keresleti görbe és ár rugalmassági együttható vizsgálata, amely elvezet az árbevétel maximalizálása melletti optimum árhoz. Ezt az optimum ár meghatározási algoritmust bemutatom egy egyváltozós modellben, amelyet a „függvényillesztés” módszerének nevezek, és alkalmazom többváltozós binomiális logisztikus regressziós modellre is, amelyet "ökonometriai" módszernek általánosítok. Az értekezés szakirodalmi áttekintésében és főanyagában három tudományterületet is érintek: a marketingkutatót, az ökonometriát és a mikroökonómiát.

Az ökonometria alkalmazását az üzleti tudományokban a kilencvenes évektől új névvel illetik: **mikroökonometria**. Hausman (2001) meghatározása szerint a nemzetgazdasági folyamatok ökonometriai modellezése helyett a mikroökonómiai egységek; a fogyasztó, a háztartás és a vállalat piaci viselkedésére vonatkozó adatok elemzésére irányul. A téma aktualitását és súlyát jelzi, hogy a 2000. évi közgazdasági Nobel díj a téma két úttörő fejlesztőjének James J. Heckman és Daniel McFadden-nek volt ítélve. Munkásságuk nagyrészt a nemlineáris regressziós modellek egy családjára, a **kategoriális és korlátozott eredményváltozójú** (*Categorical and Limited Dependent Variables – CLDV*) modellekre irányult. A gazdaság- és társadalomtudományi empirikus kutatások során nagyon sok olyan szituációt szükséges elemezni, amelyben a modellezni kívánt jelenség inkább diszkrét, mint folytonos változóval jellemezhető. Például a munkaerőpiacon való részvétel, tartós fogyasztási cikkek beszerzésének, vagy akár valamelyik politikai választási esélyének modellezése. E modellek közös jellemzője a magyarázott, függő változó diszkrét, kategoriális jellege, ezért a lineáris regressziós modellek nem, vagy csak részlegesen alkalmazhatók. Ez is magyarázza azt, hogy egyre nagyobb teret hódítanak a szakirodalomban és a gyakorlati alkalmazásban egyaránt. Több ökonometriai kézikönyv legalább egy fejezetet szán a témának ((Amemiya, 1985; Creel, 2002; Davidson-MacKinnon, 1999; Greene, 2003; Koop, 2003; LeSage, 1999), és a gyakorlati alkalmazások, adaptációk széles spektruma jelent meg.

A doktori disszertáció a lehetséges alkalmazások közül egy marketingkutatói adaptációt mutat be. Természetesen ezen a területen is sokféle céllal használható a logisztikus regressziós modell: a keresleti oldal szegmentációja, elégedettség vizsgálatok során, de gyakran használom a lineáris regressziós modellel párhuzamosan, az eredmények „validálására”. A disszertáció fő témája egy specifikus alkalmazása a binomiális logisztikus regressziós modellnek: egy termék/szolgáltatás keresletének a vizsgálata és a **maximális árbevétel eredményező optimum ár meghatározása**. Menedzsment

szempontból a téma fontosságát hangsúlyozza, hogy többen egy termék/szolgáltatás beárazását a marketing egyik legfontosabb kérdésének tekintik (Gijsbrechts 1993; Monroe 1990). Monroe (1990, 18. old.) szerint azoknak a vállalatoknak van sikeres árképzési gyakorlata, amelyek tudatosan törekednek az árral kapcsolatos döntéseik fogyasztói reakcióinak folyamatos vizsgálatára, annak megértésére, hogy hogyan érzékelik a fogyasztók az árat és hogyan alakítják az érték percepcióját. Az árképzési módszerek három nagy csoportja (Bauer-Berács, 2002, 259. old.) közül a **keresletelvű árképzési módszerekkel** foglalkozom. Ezek alapját a piaci kereslet felmérése jelenti, vagy a tényleges vásárlási szituációban megjelenő kereslet, vagy a fogyasztó által **kinyilvánított vásárlási hajlandóság** megismerése alapján. További csoportosítási lehetősége e módszereknek a kereslet modellezésének egy- vagy többdimenziós jellegéből adódik.

Az értekezés fő célja újfajta árkatatási módszerek kidolgozása, ezért indokolt a **meglévő árkatatási módszerek bemutatása és kritikai elemzése**. A dolgozatnak ezt a részét a kinyilvánított kereslet vizsgálatához szükséges adatok gyűjtésének kérdezéstechnikai megoldásaival kezdem, mivel ez az adatminőségen túl, nagyban meghatározza az alkalmazható árkatatási módszert is. A szakirodalomban és a piackutató cégek kínálatában a következő egydimenziós módszereket találjuk: nyitott kérdés, Gabor-Granger módszer, Van Westendorp modell (*PSM*), illetve a többváltozós módszerek: *Conjoint*, *DCM (discret choice models)* és különböző ökonometriai modellek. Ezeken túl sokféle saját fejlesztésű módszer, „márkázott termék” is megjelenik a nagyobb cégek kínálatában, de a rövid leírásaikból általában nem visszafejthető, hogy valamelyik ismert módszer adaptációjáról, vagy egy teljesen új megközelítésről van-e szó. A szakirodalmi feldolgozásban az árkatatási módszerek kritikai elemzésén túl a saját, egyéni hozzáadott értéket a Gabor-Granger módszerhez és a Van Westendorp modellhez fűzött módosító javaslataim alkotják. Az árkatatási módszerek trendjeként megállapítható, hogy a következő években az egyszerűbb módszerek (például a Van Westendorp módszer) el fognak tűnni a marketingkutatási gyakorlatból, a Choice-Based Conjoint és más ökonometriai modell alapú termékek pedig egyre népszerűbbé válnak. Ezt a térhódítást az egyre jobban adaptálható és felhasználóbarát márka termékek megjelenése és a piackutatók ökonometriai képzettségének a növekedése indukálja. Véleményem szerint a hagyományos, lineáris modellen alapuló Conjoint megoldások is kifognak kopni a Choice-Based Conjoint és az ökonometriai modellek mellől, ugyanis semmivel sem egyszerűbb az adatfelvételük a lényegesen rosszabb eredménnyel szemben. A jövőben pedig a vásárlási szituációt minél jobban imitáló, jó minőségű adatfelvétel szűkebb keresztmetszet lesz, mint az ökonometriai képzettséggel rendelkező piackutató. E komplexebb modellek mellett valószínűleg megmaradhatnak az árban és gyorsaságban sokkal versenyképesebb legegyszerűbb módszerek, mint például a nyitott kérdésem alapuló vagy a különböző, a vásárlási szituációt jobban imitáló kísérletek.

A módszertani fejlesztés, az értekezés egyéni hozzáadott értéke a következő három területre irányul:

- 1. A keresleti függvény empirikus meghatározásán alapuló árkatatási módszer, a „függvényillesztés módszere”.**
- 2. A binomiális logisztikus regressziós modell marketingkutatási alkalmazásához kapcsolódó eredmények.**
- 3. A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló többváltozós árkatatási módszer.**

A módszereket három különböző, az adott kutatási célnak megfelelően tervezett empirikus kutatásban próbáltam ki és mutatom be:

- 1.sz. empirikus kutatás: 2008-as piackutatási projekt, amelyben egy Magyarországon már működő, speciális női kozmetikai cikket forgalmazó webáruház romániai bevezetésének megalapozására irányult.
- 2.sz. empirikus kutatás: 2007-es piackutatási projekt, amelyben a megbízó Egyesült Államokbeli cég számára, egy újonnan bevezetendő termék, kutyák/macskák nyakára szerelhető GSM jelt adó nyakörv várható keresletét és optimális árát kellett meghatározni.
- 3.sz. empirikus kutatás: 2003-as piackutatási projekt, amely egy új mobil telekommunikációs szolgáltatás csomag keresletének felmérésére és optimális árának meghatározására irányult.

2. ANYAG ÉS MÓDSZER

Az értekezés fő célja egy új, a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer kifejlesztése volt. E módszer alapösszefüggését felhasználva kidolgoztam egy egyszerűbb, egydimenziós módszert is, amely a keresleti függvény empirikus meghatározásán alapul. A kezdeti cél a logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer eredményeinek validálása volt, de több szempontból is önálló árkutatási módszerként alkalmazhatónak tartom a marketingkutatási gyakorlatban.

A függvényillesztés módszere

A módszer mottójának is tekinthetjük a téziszüzet elején levő idézetet, amit Clive W. J. Granger a Nobel díj átvételekor tartott beszédében (2003) mondott. A módszer ugyanis a '60-as években kidolgozott Gabor-Granger¹ modell továbbfejlesztésének tekinthető, amelyben az interjú során kinyilvánított ár-kereslet pontok alapján meghatározták a keresleti és az árbevételi függvényt, majd azt az árat tekintették optimálisnak, amelyiknél az árbevételi görbe eléri maximumát.

A továbbfejlesztésben megőriztem az ároptimalizációs célt, de törekedtem a gyakorlati alkalmazás minél egzaktabb kidolgozására. Nem grafikus úton keresem az ár-kereslet pontokból képzett árbevételi görbe maximumát, hanem a legkisebb négyzetek módszerével függvényt illesztve határozom meg a keresleti függvényt. A mérhető pontosságú (R^2) függvényillesztésen túl a módszer eredetisége abban áll, hogy felhasználok egy rég ismert mikroökonómiai összefüggést: **a maximális árbevételt biztosító optimum árat a keresleti függvény azon pontjánál találjuk, ahol az ár rugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel ($\epsilon_p = -1$)²**. Noha a mikroökonómia könyvek általában megfogalmazzák és

¹ Az 1960-as években kifejlesztett módszer André Gabor közgazdász, gazdaságpszichológus és Clive W. J. Granger ökonóméter nevéhez fűződik. André Gabor (1903-1990), Gábor Dénes Nobel-díjas fizikus, a hologram feltalálójának öccse Budapesten született, majd 1938-ban követte bátyját Angliába, ahol az államigazgatásban, majd a Nottingham-i Egyetemen kutatóként dolgozott. A berlini és a londoni egyetemen közgazdaságtant tanult, nemzetközi, szakmai ismertséget az árra vonatkozó kutatásai eredményeztek.

Clive W. J. Granger (1934-2009) és Robert F. Engle magukat ökonóméternek definiáló tudósok közösen vehették át a 2003-as közgazdasági Nobel-díjat. Az elismerés nyilván nem ezért a modellért, hanem az idősoros ökonometria területén kifejtett nagy ívű munkásságáért járt, ő alkotta meg az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitás (ARCH) fogalmát is.

² Mivel ez az összefüggés a kiindulópontját jelenti mindkét árkutatási módszernek, ezért az értekezésben bizonyítom az állítást (35. oldal).

tárgyalják ezt az állítást, empirikus kutatásokban még nem találkoztam a gyakorlati alkalmazásával, és véleményem szerint a marketing szakirodalom sem fordít elég figyelmet rá. Kutatási témám, a módszer kiinduló alapja szempontjából zavarba ejtő, hogy az ár rugalmasság empirikus meghatározásával foglalkozó szakirodalom jelentős része (Tellis, Bijmolt et al, stb.) adott piaci helyzetben levő terméket egyetlen átlagos ár rugalmassági együtthatóval jellemez. Ez a szemlélet véleményem szerint, ha nem is ellentmond, de nagyon leszűkíti magából az ár rugalmassági együttható definíciójából származó következményt, vagyis, hogy az ár rugalmassági együttható a keresleti görbe mentén eltérő értékeket vesz fel³. Az optimum ár képletét tehát az előbbi összefüggésből fejeztem ki, és levezettem az SPSS program függvényillesztési opciója által alkalmazott valamennyi (tizenegy) függvény típusra. A legjobb illeszkedésre általában a másod-, és harmadfokú polinomiális és az exponenciális függvény esetében számíthatunk. Az empirikus próbák arra hívták fel a figyelmet, hogy a függvényillesztés előtt indokolt egy skálatranszformáció is, a koordináta rendszer olyan eltolása, amelyben csak a tesztelt árponthoz tartozó keresleti függvény szakasza befolyásolja az optimum árat.

A függvényillesztés módszerének empirikus alkalmazása

A módszer alkalmazását egy 2008-as kutatáson keresztül mutatom be, amely egy kis üzleti vállalkozás stratégiai kérdéseire keresett választ (a dolgozat 1. sz. empirikus kutatása). A vállalkozás résztulajdonosa egy Magyarországon már létező webáruházának romániai megnyitását tervezte. A forgalmazott termékek - importált, üzletekben nem kapható, speciális női kozmetikai cikkek - a célcsoport és annak elérhetősége miatt érdekesek. A kutatás jellemzői:

- Cél: a marketing stratégia megalapozása; a kereslet becslése és a termékek optimális beárázása.
- Online (webes) kérdőív a termékek árára, a kiszállítás módjára, idejére vonatkozó kérdésekkel⁴.
- Minta: 200 fő, 25-50 év közötti nők, iwiw-ről és más közösségi oldalokról, illetve szépségápolási témájú internetes fórumokról toborzott interjúalanyok. Mint általában, ezúttal is problémás egy pontosan még nem meghatározott célpiacú új termék bevezetésénél a mintavétel reprezentativitását vizsgálni és megítélni. Mivel nem rendelkezünk az alapsokaságra vonatkozó semmilyen információval, ezért egyszerű véletlen mintavételi módot választottunk.
- Kérdezőtechnika: az árra vonatkozó kérdések úgy lettek feltéve, hogy referencia árként előbb teszteltük a magyarországi piaci árat, majd ha az interjúalany nem fogadta el, akkor nyitott kérdéssel kérdeztük, hogy mennyit lenne hajlandó fizetni. Vagyis az első kérdésre: „megvásárolná-e Ön ezt a terméket x összegért?” ha igen volt a válasz, akkor véget is ért az árteszt, ha nem, akkor megkérdeztük, hogy: „mennyiért lenne hajlandó megvenni?”.

A kutatás során tesztelt nyolc termék közül az egyiket mutatom be a módszer alkalmazását, de az ár kutatási módszer egyenként valamennyi esetben alkalmazva volt. Első lépésben a különböző árakhoz tartozó keresletet kell meghatároznunk. A keresletet kifejezhetjük az abszolút gyakorisággal is, ebben az esetben pontosan megfelel a keresleti függvény definíciójának, vagy alkalmazható a relatív gyakoriság is. Mivel az utóbbit egy lépéssel könnyebb rávetíteni a teljes alapsokaságra, ezért az

³ A pontosság kedvéért indokolt megemlíteni, hogy létezhet olyan elméleti keresleti függvény, amelyben az ár rugalmassági együttható konstans (Varian, 1990, 345. oldal), de ennek gyakorlati előfordulása nagyon valószínűtlen.

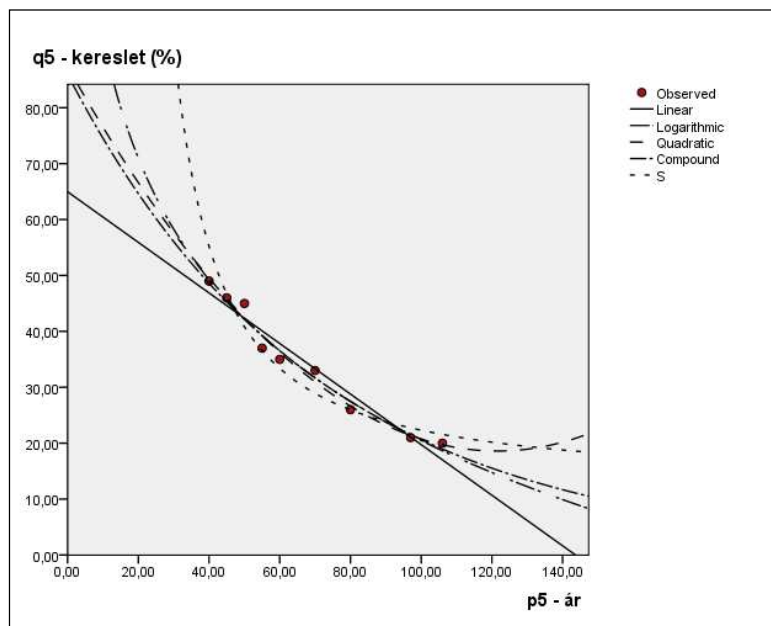
⁴ Ezúton is köszönet Szakáts Zsuzsának, volt diákomnak, a webáruház tulajdonosának az online adatgyűjtésért.

utóbbival számolok. A különböző – tesztelt és spontán kinyilvánított – árak említési gyakoriságából képezzük ezek inverz kumulált relatív gyakoriságát (100% - *cumulative percent*):

1. sz. táblázat. A termék ára és kereslete									
ár (RON)	40	45	50	55	60	70	80	97	106
inverz kumulált relatív gyakoriság	49%	46%	45%	37%	35%	33%	26%	21%	20%

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A tesztelt árakhoz (40-106 RON) tartozó keresletet az inverz kumulált relatív gyakoriság jelenti. Ez természetesen azt az implicit feltételt is tartalmazza, hogy a fogyasztó racionális és a termék nem minősül luxus jószágnak, vagyis aki például 55 lejért megvenné a terméket az 40 lejért is megveszi. Az ár és a hozzá tartozó kereslet pontpárok meghatározása után a fenti táblázat adatait egy új adattáblába rögzítve, az SPSS függvényillesztés (*Curve Estimation*) módszerét alkalmazzuk a legjobban illeszkedő keresleti függvény meghatározására.⁵ Öt különböző függvénytípus illeszkedését láthatjuk az alábbi (1.sz.) ábrán.



1.sz. ábra. A keresleti görbe illesztése öt függvénytípussal.

Forrás: saját szerkesztés a 1.sz. empirikus kutatás alapján.

⁵ Itt indokolt megjegyezni, hogy a keresleti függvényt definíciója szerint ábrázolom, amelyben egy termék vásárolt mennyisége az ár függvénye, vagyis a függő változó a kereslet, a független az ár. Továbbá a függvényábrázolásban megszokottak szerint az abszcisszán a független és az ordinátán a függő változó található. Ezzel szemben a mikroökonómiai irodalomban szinte kizárólag az inverz keresleti függvényt használják, függőleges tengelyen az árral és a vízszintes tengelyen a mennyiséggel: "ábráinkon többnyire az inverz keresleti függvény szerepel a közgazdaságtanban elterjedt szokásnak megfelelően." (Kopányi szerk., 1993, 86. old.). Az összefüggés irányának nem félreérthető grafikus ábrázolása érdekében ettől a "szokástól" dolgozatomban eltértem, ezért a vízszintes tengelyen a független változót, a termék árát ábrázolom.

Az adott statisztikai szoftverrel összesen tizenegy függvénytypust próbálhatunk ki, de az áttekinthetőség kedvéért csak az öt legjobban illeszkedőt, legkönnyebben használhatót tüntettem fel.

Az optimum ár analitikus levezetése

A függvényillesztés után a módszer következő lépése a kiválasztott függvénytypusból levezetni az árugalmassági együtthatót és meghatározni az optimum árat. Az árbevétel maximalizálása melletti optimum ár ott található, ahol az árugalmassági együttható egyenlő -1-gyel:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1,$$

ahol p az ár, és Q a mennyiség az ár függvényében vagyis a keresleti függvény. Az optimum ár (p) meghatározásánál legegyszerűbb dolgunk természetesen akkor van, ha a lineáris függvénnyel fejezzük ki a keresleti függvényt:

$$Q = b_0 + b_1 \cdot p,$$

ahol b_0 és b_1 paraméterek. Behelyettesítve a lineáris keresleti függvény általános alakját az előbbi összefüggésbe, kifejezzük az optimum árat:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = b_1 \cdot \frac{p}{b_0 + b_1 \cdot p} = -1,$$

$$p = -\frac{b_0}{2b_1}.$$

Az optimum ár képletének hasonló levezetését elvégeztem az SPSS program által alkalmazott mind a tizenegy függvénytypusra (a disszertáció 43.-46. oldalai). Az 1.sz. ábrán szemmel is láthatóan a lineáris függvénnyél lényegesen jobban illeszkednek a különböző nemlineáris függvények, tapasztalatom szerint általában a harmadfokú polinomiális illeszkedik a legjobban⁶. Az öt legjobban illeszkedő és legkönnyebben kezelhető függvény illeszkedési jóságának mutatóját (R^2), paramétereit és a kiszámolt optimum árakat az alábbi (2.sz.) táblázatban találjuk.

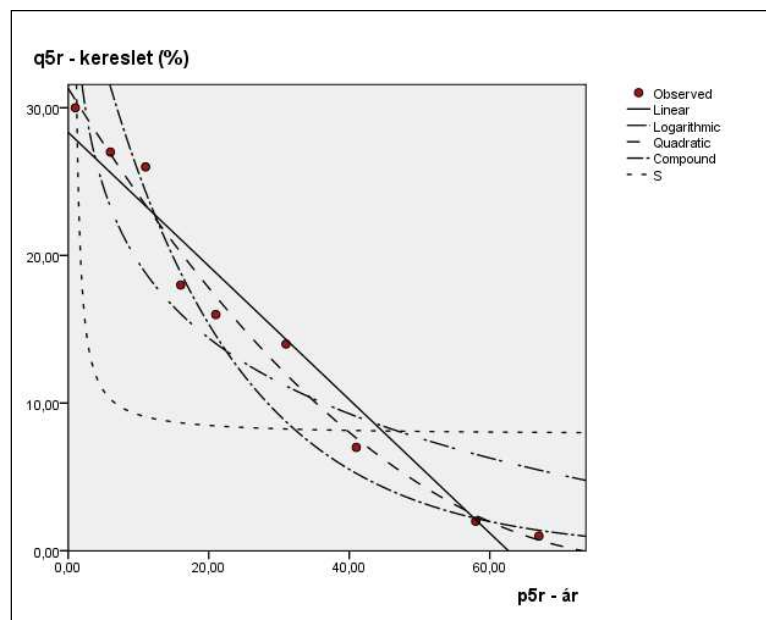
2.sz. táblázat. Ugyanazon termék különböző keresleti függvényeiből számolt optimum árai					
	R²	b₀	b₁	b₂	p_o
Lineáris	0,948	64,96	-0,452		71,8
Másodfokú	0,980	87,37	-1,132	0,0047	95,9/64,6
Exponenciális (<i>Compound</i>)	0,980	85,92	0,986		69,9
Logaritmikus	0,977	165,05	-31,394		70,6
S függvény	0,937	2,502	60,363		60,3

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

⁶ E függvénytypus esetében az optimális ár általános képletének a kifejezése meglehetősen hosszadalmas a Cardano-féle képlettel, de valamilyen matematikai szoftver (MATLAB, MAPLE) vagy az Excel Solver funkciójával gyorsan megoldható.

Közel egyforma eredmények jöttek ki, ami pozitívan befolyásolja a módszer elfogadhatóságát és működőképességébe vetett bizalmat, de a viszonylag kis különbségek ellenére is egy optimum árat kell választanunk az öt közül. Kézenfekvő választási elvnek tűnik, hogy a legjobban illeszkedő (legnagyobb R^2 -ű) függvény alapján számított érték legyen az optimális. Esetünkben a másodfokú polinomiális és az exponenciális függvény tekinthető ennek, a másodfokúnak - értelemszerűen - két megoldása is van. Ezek közül a 64,6-os érték tűnik valószínűbbnek, azonban ez már számottevő mértékben különbözik az exponenciális függvény 69,9-es értékétől. Ezért a többi értéket is figyelembe véve 70,0 RON-os árban határoztam meg az árbevétel maximalizálása szempontjából optimális árat, vagy ha pszichológiai árat kívánunk alkalmazni, akkor 69 RON-ban. A módszer helyességének megállapítására külső, *benchmark* adatok viszonyítási alapja is rendelkezésemre állt. Mivel olyan termékekről van szó, amelyeket a magyarországi piacon már forgalmaznak, ezért a román piacra kiszámított optimum árakat viszonyíthattam a már "működő" magyarországi árakhoz. A két piac árai közötti átlagos eltérés a nyolc termék esetében 14,6%, ami könnyen magyarázható a két piac közötti különbségekkel is.

Egy pontban felmerül a módszer fejlesztésének, **módosításának szükségessége**. Az előbbi grafikont (1.sz.ábra) vizsgálva megállapítható, hogy némelyik függvény – pl. a legjobb illeszkedést adó másodfokú, vagy más nemlineáris függvény - baloldali vége nagyon „felmegy”, magas értéknél metszi a függőleges tengelyt. Ez azt a természetes helyzetet tükrözi, hogy alacsony áron nagy a kereslet. A lineáris függvény nullparamétere 64,9, ezzel szemben a másodfokúé 87,4, ami jelentős különbség, de igazából logikailag is értelmezhetetlen, hogy nulla áron mekkora lenne a kereslet.⁷ Jogos elvárásnak tűnik, hogy a becslés során a legkisebb ár alatti és a legnagyobb ár feletti tartománnyal lehetőleg ne befolyásoljuk a függvényillesztést, ezért a koordináta rendszert eltoljuk ezekig az árakig. Az új koordináta rendszerben újrafuttatva a függvényillesztéseket a következő eredményeket kapjuk:



2.sz.ábra. A vizsgált függvények újraillesztése skálatranszformáció után.
 Forrás: saját szerkesztés a 1.sz. empirikus kutatás alapján.

⁷ Találkoztam olyan keresleti függvénnyel is, amelynek a nulla árhoz tartozó becsült kereslete meghaladta a 100%-ot.

E skálatranszformáció után a lineáris, másodfokú polinomiális és az exponenciális függvények esetében az illeszkedés jósága nem változott, de a másik két függvénynél jelentősen csökken. Nem meglepő, hogy a lineáris függvény esetében a meredekség nem változik, ahogy a másodfokú polinomiálisnál az x^2 együtthatója sem. A 3.sz. táblázatban összehasonlítom a két módszer; a transzformáció előtti, és a koordináta rendszer eltolása utáni eredményeit.

3.sz. táblázat. Ugyanazon termék skálatranszformáció előtti és utáni optimum árai				
	Transzformáció nélkül		A koordináta rendszer eltolásával	
	R²	Optimum ár	R²	Optimum ár
Lineáris	0,948	71,8	0,948	70,3
Másodfokú	0,980	64,6	0,980	66,2
Exponenciális (Compound)	0,980	69,9	0,980	58,5
Logaritmikus	0,977	70,6	0,818	90,7
S függvény	0,937	60,3	0,183	40,6

Forrás: saját szerkesztés az 1. empirikus kutatás alapján.

A jó illeszkedésű függvények eredeti és transzformáció utáni optimum árai szinte teljes mértékben megegyeznek, ezért továbbra is a 70 RON-os végeredményt tartom a jó megoldásnak. Ezután joggal merül fel a kérdés, hogy egyáltalán szükség van-e erre a transzformációra? A többváltozós modellel szemben a függvényillesztés módszerénél jelentősége van az illesztett függvény és az ordináta metszéspontjának, vagyis a függvény nullparaméterének. Láthattuk a különböző függvénytípusok optimum ár képleteiben, hogy többnél is a nullparaméter befolyásolja az optimum árat, ilyenek a lineáris, a másod-, harmadfokú polinomiális, a logaritmikus és a logisztikus. Véleményem szerint a skálatranszformáció indokolt, és ezt támasztotta alá a harmadik empirikus kutatás is.

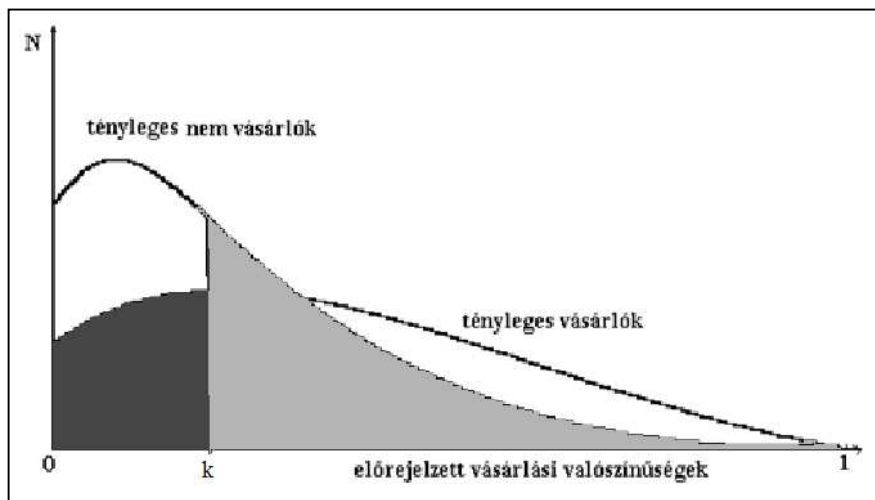
A binomiális logisztikus regressziós modell

A kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek talán leggyakrabban alkalmazott változata marketingkutatói és általában az empirikus gazdaság- és társadalomtudományi kutatásokban, a binomiális logisztikus regressziós, vagy másképp a logit modell. Kutatásmódszertani fogalmakat használva a logisztikus egy olyan regressziós modell, amelyben a függő változó kétértékű kategoriális (dichotóm) változó, és a független változók bármilyen típusúak lehetnek: intervallum, ordinális, nominális. Ez a „technikai előny” empirikus kutatásokban és különböző alkalmazásokban igen nagy jelentőségű. A disszertációban a binomiális logisztikus regressziós modell bemutatása során is a gyakorlati alkalmazás által felvetett kérdésekre összpontosítok. Részletesem elemzem a modellspecifikációs mutatókat, ezen belül is nagyobb hangsúlyt fektetve a klasszifikációs táblára, és vizsgálom továbbá az SPSS által felkínált modellszelekciós eljárások gyakorlati különbségeit is.

A binomiális logisztikus regressziós besorolási küszöbértékének optimalizálása

A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer első empirikus próbája (az értekezés 2. sz. kutatása) rávilágított a módszer kritikus pontjára: megtörténhet, hogy a legalaposabban

megtervezett és kivitelezett kutatás keresleti modelljében **sincs az ár szignifikáns hatással a keresletre**. Ez nagy valószínűséggel előfordulhat az általában is árrugalmatlanabb termékeknél, de ilyen balesetet eredményezhet a rosszul megválasztott kérdezői technika is. A helyzet, a marketingkutatói projekt mentésére irányuló modellspecifikációs kísérleteim elvezettek egy gyakorlati probléma megoldásához, amit a szakirodalom legelismertebb szerzői (Greene, Hosmer és Lemeshow) is felvetnek: **a besorolási küszöbérték valamilyen szempont szerinti optimalizációja**. A binomiális logisztikus modell becsült valószínűségei - a termék megvásárlásának valószínűsége – alapján valamennyi válaszadó (rekord) egy küszöbértékhez viszonyítva kerül besorolásra egy dichotóm változóba. Ez a küszöbérték értéke általában 0,5, de ettől eltérhetünk valamilyen optimalizálási szempontnak megfelelően. Két típusú hiba között választhatunk: keresletet jelzünk előre tévesen (előrejelzés=1, tényleges=0), vagy a potenciális vásárlót a nem vásárlók közé soroljuk (előrejelzés=0, tényleges=1). A 3.sz. ábrán ennek a két típusú hibának az elméleti eloszlásfüggvényeit láthatjuk, vízszintes tengelyen a modell outputját, az előrejelzett vásárlási valószínűséget, függőleges tengelyen annak gyakoriságát.



3.sz. ábra. A két típusú előrejelzési hiba elméleti eloszlás függvényei.

Forrás: saját szerkesztés a 2.sz. empirikus kutatás alapján.

Céлом a küszöbérték meghatározása úgy, hogy az elsőfajú és a másodfajú hiba nagysága, egymáshoz viszonyított aránya valamilyen szempontból optimális legyen. A módszer üzleti használhatóságát növeli, ha figyelembe vesszük a kéttípusú hiba költségvonzatát. Véleményem szerint meglehetősen jól kvantifikálható mindkét típusú hiba költsége: a potenciális vásárló figyelmen kívül hagyása esetén elmarad a vásárlás, tehát a tévedés költsége gyakorlatilag egyenlő a termék árával. A másik típusú hiba költségét már nem ilyen egyszerű megbecsülni, itt arról lehet szó, hogy a vásárlást nem tervező fogyasztót feleslegesen beemeljük egy célzott és költséges marketingkampányba. E költségnek a pontos ismerete már a cég marketing információs rendszerén, kontrollingján múlik. Igazából nem lényeges a két költség abszolút értéke, hanem elegendő az egymáshoz viszonyított arányuk (jelöljük c -vel):

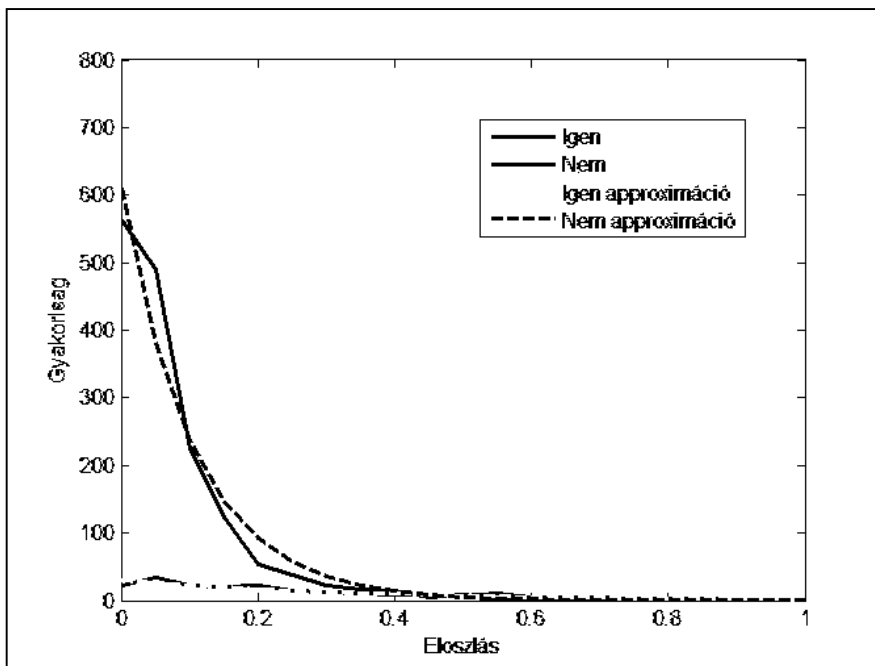
$$\frac{C_1}{C_2} = c,$$

ahol C_1 – fajlagos marketingköltség; C_2 - ár.

A 3.sz. ábra alapján belátható, hogy adott k küszöbérték mellett a két fajta hiba nagysága megegyezik az eloszlásfüggvények és a küszöbérték által határolt területekkel (sötéttel jelölt területek). Az elsőfajú hibát (tényleges=1, előrejelzés=0) a sötétebb szürke terület jelöli, a másodfajú hibát (tényleges=0, előrejelzés=1) pedig a világosabb. A küszöbértéket akkor határozzuk meg optimálisan, ha a két hiba aránya egyenlő ezek költségének arányával.

$$\frac{\int_0^k N(t)dt}{\int_k^1 I(t)dt} = c,$$

ahol $N = N(t)$, $I = I(t)$ a ténylegesen nem vásárlók illetve vásárlók becsült vásárlási valószínűségeinek gyakorisági eloszlásai. Ez alapján az optimális k küszöbérték általános képletét nem tudjuk kifejezni, de a kétféle hiba eloszlásfüggvényeinek ismeretében már kiszámítható. A következő 4.sz. ábrán a tényleges vásárlók („igen”) és a nem vásárlók („nem”) diszkrét eloszlás függvényeit és a rájuk illesztett függvényeket láthatjuk.



4. sz. ábra. A két típusú hiba eloszlás függvényei és illesztései.
 Forrás: saját szerkesztés a 2. sz. empirikus kutatás alapján.

Az „igen” jelenti a tényleges vásárlókat és a „nem” a ténylegesen nem vásárlókat. Egyértelmű, hogy a két gyakorisági eloszlás sajnos távol áll az ideálistól, grafikusán is igazolódik, hogy modellünk gyengén jelzi előre a tényleges vásárlók vásárlási valószínűségét. A gyakorisági eloszlásra illesztett függvény (pontosított vonal) esetében jobboldali, 1-hez közeli ferdeség helyett majdnem egyenes eloszlást láthatunk. A két gyakorisági eloszlásra jól illeszkedik a következő általános formájú exponenciális függvény:

$$f(t) = \frac{1}{p_i} e^{\frac{-t}{q_i}}, i=1,2,$$

p és q paraméterekkel. Természetesen használhatjuk az általában jól illeszkedő másod- vagy harmadfokú polinomiális függvényeket is, de ezek integrálása, majd a k kiszámítása nehezebb feladat elé állítana. Nézzük az exponenciális függvények integráljait:

$$\frac{\int_0^K \frac{1}{p_2} e^{\frac{-t}{q_2}} dt}{\int_K^1 \frac{1}{p_1} e^{\frac{-t}{q_1}} dt} = c.$$

Az integrálok kiszámítása után kapjuk az optimális k küszöbérték egyenletét:

$$\alpha \cdot \frac{1 - e^{\frac{-k}{q_2}}}{\frac{-k}{q_1} - e^{\frac{-k}{q_1}}} = c,$$

ahol $\alpha = \frac{p_1 q_2}{p_2 q_1}$. Az előbbi ábrán illesztett függvények paramétereinek ismeretében az egyenlet így írható fel:

$$\frac{1 - e^{\frac{-k}{0.3531}}}{\frac{-k}{0.3531} - 0.0588} = \frac{c}{6.0062},$$

és valós c érték ismeretében a küszöbértékre (k) megoldást találunk. Vegyük azt a valószínű lehetőséget, hogy $c = 0,2$; vagyis az egy termékre jutó marketing költség a termék árának 20%, akkor az optimális küszöbérték $k = 0,334$, és az ehhez tartozó találati arányok a "nemek" esetében 96,1% az "igeneknek" 30,2%.

A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer

Az ökonometriai, szűkebb értelemben véve a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer optimalizálási szempontja és kiindulópontja ugyanaz az előbbieken bemutatott összefüggés, miszerint egy termék értékesítéséből származó árbevétel ott éri el a maximum pontját, ahol az árugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel ($\varepsilon_p = \frac{\delta Q}{\delta p} \cdot \frac{p}{Q} = -1$). A binomiális logisztikus regressziós modell alkalmazása esetén **a keresleti függvényt jelentő logisztikus regressziós egyenlet:**

$$Q = y = \frac{e^{(\beta x + \gamma z)}}{1 + e^{(\beta x + \gamma z)}},$$

ahol az x független változó az árat jelenti, a z a többi független változó vektora. Az optimum árhoz tartozó paramétert a továbbiakban b -vel jelölve a következőképp írhatjuk fel az árugalmassági együttható képletét:

$$\varepsilon_p = \frac{\delta y}{\delta x} \cdot \frac{x}{y} = \frac{b \cdot e^{(\beta x + \gamma z)} \cdot (1 + e^{(\beta x + \gamma z)}) - b \cdot e^{(\beta x + \gamma z)} \cdot e^{(\beta x + \gamma z)}}{(1 + e^{(\beta x + \gamma z)})^2} \cdot x = \frac{b \cdot x}{e^{(\beta x + \gamma z)}} = b \cdot x \cdot (1 - y).$$

Az $\varepsilon_p = -1$ összefüggésből könnyen kifejezhető az optimális árat jelentő x érték, ezúttal már a vásárlás becsült valószínűségét a kinyilvánított vásárlási hajlandóságtól való megkülönböztetés és a statisztikában megszokott jelölés kedvéért y^* -gal tüntettem fel:

$$p_o = x = \frac{1}{b \cdot (y^* - 1)}.$$

A képlet alapján tehát az optimális ár értéke függ az ár b paraméterétől és a vásárlás becsült valószínűségétől, az y^* -tól, vagyis esetről-esetre változik, ahogy a magyarázó változók különböző rögzített értéket vesznek fel.

A binomiális logisztikus regressziós árkutatói módszer empirikus alkalmazása

Az optimum ár meghatározásának módszertanát egy 2003-as piackutatói projekt adatain keresztül mutatom be, amely egy új mobil telekommunikációs szolgáltatás csomag keresletének felmérésére irányult. A kutatás fő célja az új tarifacsomag beárázása, az árbevétel maximalizálása melletti optimális ár meghatározása volt. E célnak volt alárendelve a kérdezés technikája is, az akkor még Magyarországon meglehetősen újdonságnak számító számítógéppel támogatott személyes interjú (*CAPI - Computer Aided Personal Interview*), amely lehetővé tette többek közt a különböző árak véletlenszerű, randomizált tesztelését is. A *CAPI* további előnye volt, hogy a kvótás mintavétel során sikerült pontosan tartani az előírt kvótákat, ezért nem volt szükség az adattábla súlyozására⁸.

A minta elemszáma 400 eset, a tarifacsomag ártesztje során a következő percdíjakat teszteltük: 48, 54, 60, 66, 72, 78 Ft. Az új tarifacsomag jellemzőinek bemutatása után a *CAPI* segítségével a hat tesztelt ár közül véletlenszerűen feldobott percdíjat mutattunk be az interjúalanyoknak, rákérdezve az előfizetési hajlandóságra. Az igennel válaszolók egy "fokkal" nagyobb árat kaptak, a nemmel válaszolók pedig egy kisebbet, majd ezután a választól függetlenül az árteszt lezárult. Ennek a kétlépcsős, két árat tesztelő eljárásnak egyik nagy előnye, hogy csaknem megduplázódik a mintaelemszám. (Azért csak majdnem, mivel az első ártesztnél a legalacsonyabb percdíjat elutasítók és a legmagasabb percdíjat elfogadók körében nem teszteltünk újabb árat. Így a két árteszt alapján egymásra épített mintánk az eredeti 400 esetről összesen 729-re növekedett.)

Ennél is fontosabb, hogy ez a kérdezéstechnikai módszer közvetlenül az árkutatói módszer alkalmazhatósága szempontjából is igen szerencsés választásnak bizonyult. Amíg csak a 400-as mintán az első árkérdésre adott válaszok alapján építettem fel a logisztikus regressziós modellt, addig a termék ára nem volt szignifikáns hatással a keresletre! Más kutatásban is találkoztam ezzel a piackutató számára igencsak kellemetlen helyzettel, ami jórészt használhatatlanná teszi a kereslet és az optimális ár meghatározására irányuló kutatás eredményeit és hitelteleníti a piackutatót. A két, egymás utáni árat tesztelő módszernek szerencsés tulajdonsága, hogy "ráirányítja az interjúalany figyelmét" az árra, növeli az árérzékenységet, következésképp az ár szignifikáns hatásának a valószínűségét. Vagyis az a jelenség, hogy az interjúalany felismerve az ártesztet azonnal alkupozícióba helyezkedik, és aminek a hatását többen károsnak tartják (Lyon, 2002), ezúttal szükséges feltételnek bizonyult. A kereslet modellezése bármilyen ökonometriai modellel - logisztikus regressziós egyenlettel - feltételezi, hogy az

⁸ Ennek azért van jelentősége, mert a nemlineáris modelleknél, így a logisztikus regressziósnál is a súlyozás kérdése problémásabb, mint a lineáris regressziósnál.

ár, mint független változó együtthatójának szignifikánsan nullától különbözőnek kell lennie. A második árkérdés után további árak tesztelését, vagyis az *árlétra* alkalmazását értelmetlennek látom, ebben az esetben valóban jelentősen torzulna az árérzékenység, a keresleti függvény meredeksége.

Modellspecifikáció

A módszer alkalmazása során az első és legfontosabb feladat a binomiális logisztikus regressziós modell specifikációja, amelyben a függő változó a kereslet és a magyarázó változók a termékre, illetve a válaszadóra vonatkozó különböző jellemzők. Ez az egyenlet a termék többváltozós keresleti függvénye, amelyben nem csak az ár keresletre gyakorolt hatását, hanem további, szignifikáns változók hatását is figyelembe vesszük.

A modell felépítése, specifikációja során eldöntendő, hogy milyen kritériumok alapján tartjuk egyik modellt jobbnak a másiknál. A lineáris regressziós modell esetében viszonylag könnyű dolgunk van az R^2 vizsgálatával, hasonló kvázi R^2 a logisztikus regressziós esetében is van. A specifikációs kritériumokat két csoportba sorolva részletesen elemzem a disszertációban: a likelihood függvény értékén, illetve a modell előrejelzési pontosságán alapuló mutatók tartoznak ide. Ez utóbbi csoportba tartozik a könnyű érthetősége miatt a marketingkutatók gyakorlatban is nagyon népszerű klasszifikációs tábla (vagy találati mátrix), ami a függő változó becsült és tényleges értékeit hasonlítja össze. A modellspecifikáció legjobb, végső modellének klasszifikációs táblája mellett feltüntettem az ár, mint független változó b paraméterét, és más fontos specifikációs mutatót is:

5.sz. táblázat. Klasszifikációs tábla				
		Becsült		
		Nem	Igen	
Tényleges	Nem	212	58	78,5%
	Igen	26	322	92,5%
Teljes találati arány:				86,4%
$b=0,032$ $-2LL:420$ $GF:526$ Nagelkerke $R^2:668$ Forrás: saját szerkesztés a 3. sz. empirikus kutatás alapján.				

Az idevágó ökonometriai szakirodalom meghatározó szerzői egy fontos érvet említenek a klasszifikációs táblából származtatott mutatók alkalmazása ellen, azt, hogy nagymértékben determináltak a függő változó mintabeli eloszlása által. Greene-hez (2003, 685. oldal) hasonlóan Hosmer és Lemeshow (2000, 157. oldal) is arra hívják fel a figyelmet, hogy a klasszifikációs mutató értékét befolyásolja a függő változó két értékének relatív aránya. Megállapítják, hogy mindig a nagyobb elemszámú csoportnak van jobb előrejelzése, és ez olyan szempont, aminek nem sok köze van egy modell illeszkedési jóságához. Vagyis az a marketingkutatók körében elterjedt megállapítás, hogy a logisztikus regressziós modell jobban jelzi előre a függő változó „negatív kimenetelét”, annak tulajdonítható, hogy a keresleti kutatások többségében a „nem”, a vásárlás elutasítása gyakoribb.

Véleményem szerint a marketingkutatók gyakorlatban, a logisztikus regressziós modellspecifikáció során kihagyhatatlan a klasszifikációs tábla vizsgálata. A módszertani megfontolásokon túl figyelembe kell vennünk, hogy ez a megbízó számára is egy könnyen értelmezhető minőségi mutatója a modellnek.

A fentebb említett probléma, ha nem is kiküszöbölésére, de figyelembe vételére, mérlegelésére ajánlom a tényleges megfigyeléseket és a becsült valószínűségeket összehasonlító hisztogramot.

A binomiális logisztikus regressziós modell specifikációja során olyan **gyakorlati megállapításokat, javaslatokat** fogalmaztam meg, amilyenekkel ökonometriai könyvekben ritkán találkozhatunk, de a gyakorló kutató számára fontosak lehetnek:

1. A legjobb találati aránnyal rendelkező modellben sok olyan magyarázó változó van, ami nincs szignifikáns hatással a függő változóra, **de kontroll alatt tartásuk, indirekt hatásaik kiküszöbölése növeli a modell magyarázó erejét**. A modellspecifikáció során megvizsgáltam minden egyes nem szignifikáns változó bevonását, és a végső modellbe csak azok kerültek be, amelyek növelték a találati arányt. Ez a kérdés ráirányítja a figyelmet a magyarázó változók **szelekciójának** alkalmazott módszerére. A statisztikai, ökonometriai programok általában, így az SPSS is több eljárást kínálnak a magyarázó változó regressziós modellbe való beléptetésének módjára. Hét ilyen különböző lehetőség adott az SPSS-ben, amelyek – főképp a lineáris regressziós modell esetében – gyakran ugyanazt a modellt eredményezik, de esetünkben van jelentősége a modellszelekciós eljárásnak. A köztük levő egyik különbség az, hogy az ENTER módszer a modellben hagyja a nem szignifikáns változókat is, de az SPSS kínálta másik hat módszer nem.

A modellszelekciós eljárások összehasonlítása során megállapítottam, hogy az ENTER módszer eredményezi a legjobb modellt, de ennek megvan – a marketingkutatásban igencsak sokat jelentő - ára; a modellspecifikáció időigénye sokszorosa a többiekének. Meg kell határozni ugyanis egyenként valamennyi nem szignifikáns független változó esetében, hogy a modellbe való bevonásuk vagy kihagyásuk növeli-e jobban a találati arányt. Kérdés, hogy egy szoros határidőbe préselt piackutatási projekten belül érdemes-e az egy-két százalékponttal jobb találati arányt eredményező, de sokkal időigényesebb ENTER módszert választani.

2. **Kategoriális független változó használatával jobb találati eredményt érünk el, mint ugyanannak az ismérvnek „magasabb mérési szintű” numerikus változójával**. Gyakorlatilag érdemes átalakítani a numerikus változót kategoriálissá. Ennek az adatelemzésben szokatlan kijelentésnek a magyarázata abban áll, hogy a független változó (pl. jövedelem) hatása nem lineáris, hanem vannak olyan kategóriák (pl. jövedelem szintek), amelyek – a többi magyarázó változó adott szintje mellett - szignifikáns hatással vannak, más kategóriák pedig nem.

3. **A modell találati arányát növeli, ha a kategoriális magyarázó változóknak minél több értéke, kategóriája van**. A piackutatásban, adatelemzésben gyakran előfordul, hogy a viszonylag több kategóriával rendelkező nominális változókat „visszakódolják” kevesebb kategóriájú változóvá, a binomiális logisztikus regressziós modellspecifikációjánál ezt nem ajánlott. Ennek oka valószínűleg ugyanaz, mint az előző megállapításnál: a függő és a független változók közötti nemlineáris kapcsolat jobban modellezhető, ha minél több kategória áll rendelkezésünkre.

Az optimum ár meghatározása

A klasszifikációs tábla (5.sz. táblázat) alapján a modellspecifikáció sikeresnek tekinthető, a modell 92,5%-os biztonsággal jelzi előre a szolgáltatás iránti keresletet, az összes találati arány pedig 86,4%. A végső modell eredményeit: független változóit, paramétereit és azok statisztikáit terjedelmük miatt nem részletezem, a módszer szempontjából legfontosabb eredmény, hogy a szolgáltatás árát jelentő percdíj

változó együtthatója 0,034, szignifikánsan különbözik nullától. Ez a módszer olyan elengedhetetlen feltétele, amelyet a kutató nem tud befolyásolni, és enélkül használhatatlanná válna az egész kutatás. A modellspecifikáció, a legjobb modell megtalálása után a már ismert képlet alapján határozzuk meg az optimum árat:

$$p_o = x = \frac{1}{b \cdot (y^* - 1)}$$

Az optimum ár kiszámításához szükséges b paramétert meghatározzuk a becslési eljárás során, de mi lesz az y^* értéke? A vásárlás becsült valószínűsége (y^*) értéke esetről-esetre változik, ahogy a magyarázó változók különböző rögzített értéket vesznek fel, de az optimum ár képletébe egyetlen, az egész mintára érvényes értékre van szükségünk. Kézenfekvő megoldásnak tűnik, hogy az esetenként változó értékek mintabeli átlagával számoljunk. Ezt ajánlják a logisztikus regresszió tárgyaló szakirodalomban (Greene, Hosmer-Lemeshow stb.) egy független változó marginális hatásának kiszámolására, és figyelembe véve, hogy az ár rugalmassági együtthatót, majd az optimum árat az ár marginális hatásából kiindulva fejeztük ki, indokoltnak tűnik ez a módszer. Azonban elméletileg könnyen belátható az a probléma, hogy nagyon eltérő vásárlási hajlandóságok, a becsült vásárlási valószínűségek eltérő eloszlásai ugyanazt az átlagos keresletet eredményezik. A 0,56-os átlag úgy is kijöhet, hogy az esetek 95%-ának a vásárlási valószínűsége 0,5 felett van, de akár fordítva is. Ennél jobb alternatívának kínálkozik a vásárlók becsült arányával, a küszöbértéknél (0,5) nagyobb becsült valószínűségek arányával való számolás. A legjobb számítási mód megtalálását még a módszer nyitott kérdésének tartom, de a jelenlegi kipróbáltsági szinten a második alternatívát ajánlom. A kereslet becsült mértékét és az árváltozó paraméterét behelyettesítve a fenti képletbe közvetlenül meghatározzuk az optimum árat.

A binomiális logisztikus regressziós árkutatási módszer egy optimális folyamata

A marketingkutatás gyakorlatban ritkán van lehetőség az előzőekben bemutatott kísérletező megoldáskeresésre. Ezért a következőkben összefoglaltam a binomiális logisztikus regresszió alapuló árkutatási módszer egy ajánlott, általam optimálisnak tekintett módszertanát, illetve folyamatát:

- **Célsokaság:** a keresleti kutatás vonatkozhat bármilyen lakossági szegmensre, de használható az üzleti szférára vonatkozó (B2B) kutatásokban is.
- Az **adatok származási helye** szerint elsősorban primer kvantitatív kutatásokban és tesztekben alkalmazható, de amennyiben elég részletes, a vásárlóra vonatkozó információkat tartalmazó adatbázissal rendelkezünk a modellspecifikációhoz, akkor alkalmazható belső, értékesítési adatokon is. Ez utóbbinak előnye, hogy nem a kinyilvánított, hanem a tényleges keresletet vizsgáljuk, hátránya, hogy nem tudjuk a tervezett modellhez szükséges változókat beépíteni az információgyűjtésbe.
- **Mintanagyság.** A keresleti kutatás során legalább 5 ár tesztelését szükségesnek tartom, de annál jobb, minél több ár-kereslet pontra illeszkedik a multidimenzionális „keresleti függvény”. A felső határt természetesen a mintanagyság szabja meg. Általánosságban nehezen meghatározható, hogy hány eset szükséges egy tesztelt ár részmintájába, mivel ez nagyban függ a keresletet meghatározó változók számától és szórásától. Ideálisnak tartom, ha valamennyi rész minta 100 esetből áll, ha

pedig az összminta tervezett elemszáma több lehet, mint 500, akkor a tesztelt árpontok számát növelném.

- **Kérdezéstechnika.** A kérdezési módszerek közül kizárólag a számítógéppel támogatott módszerek (CAPI, CATI, web) jöhetnek szóba, ugyanis szükséges az árak véletlenszerű tesztelése. A keresletre vonatkozó kérdezési technikák közül egyértelműen azt a megoldást javaslom, amelyben rákérdezzünk a tesztelni kívánt árra és a negatív vagy pozitív válasz függvényében rákérdezzünk még egy – de csak egy – kisebb vagy nagyobb árra. Ezzel a módszerrel elkerülöm a nyitott kérdés, vagy az árlétra válaszainak irrelevanciáját, de nagy valószínűséggel biztosítom, hogy a regressziós modellben az ár szignifikáns hatással legyen a keresletre.
- **Modellszűkítés.** A modellszűkítés során leginkább a klasszifikációs táblát venném figyelembe, de nyomon lehet követni a más jellegű mutatókat (Nagelkerke R^2 , Hosmer-Lemeshow teszt.) Ha a modellépítésre elegendő idő áll rendelkezésünkre - egy tapasztalt kutatónál elegendő lehet néhány óra -, akkor a modellszűkítés eljárások közül az ENTER-t javaslom, amellyel a modell nem szignifikáns változóinak az indirekt hatásait is figyelembe vehetjük.
- **Ároptimalizáció.** A felépített modellt követően az ár rugalmassági együttható és a maximális árbevétel közötti összefüggésből kifejezett képlet alapján könnyen kiszámolható az optimum ár. A képlet két modelleredményt igényel inputként: az árváltozó paraméterét és a teljes mintára vonatkozó becsült keresletet. Láttuk, hogy ez utóbbi kétféle módon számolható, a valamennyi interjúalany esetében kiszámolt vásárlási valószínűségek átlagával vagy 0,5-nél nagyobb vásárlási valószínűségek arányával. A módszer számomra egy nyitott kérdése e két alternatíva közötti választás. Elméletileg az utóbbit tartom helyesnek, de az ökonometriai szakirodalom és a saját empirikus kísérletem alapján az átlagolás módszere is alkalmazható.

3. EREDMÉNYEK

A disszertáció **legfontosabb eredménye, hogy két új, részletesen bemutatott módszerrel bővíti a marketingkutatás**, ezen belül a kinyilvánított vásárlási hajlandóságon alapuló **árkutatósi módszerek eszköztárát**. Az elért eredmények a következőképp foglalhatók össze:

- 1. A keresleti függvény meghatározásán alapuló árkutatósi módszer: a „függvényillesztés módszere”.**
 - A maximális árbevétel és az ár rugalmassági együttható közötti összefüggés alkalmazása.
 - A maximális árbevételt biztosító optimum ár kifejezése az ár rugalmassági együtthatóból.
 - Az optimum ár képletének levezetése tizenegy keresleti függvénytípusra.
 - A módszer kérdezéstechnikájának kidolgozása.
- 2. A binomiális logisztikus regressziós modell marketingkutatási alkalmazásához kapcsolódó eredmények.**
 - Modellspecifikációra vonatkozó ajánlások.
 - A binomiális logisztikus regressziós modell besorolási küszöbértékének költségorientált optimalizálása.
- 3. A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatósi módszer.**
 - Modellspecifikációra illetve modellszelekciós eljárásokra vonatkozó ajánlások.
 - A maximális árbevételt biztosító optimum ár levezetése a logisztikus regressziós egyenlettel kifejezett multidimenzióális kereslet függvényből.
 - A módszer kérdezéstechnikájának kidolgozása.

Új és újszerű tudományos eredmények

1. A két javasolt modell közül az ún. **függvényillesztés módszere** a '60-as években kidolgozott Gabor-Granger modell továbbfejlesztésének tekinthető, amelyben a kinyilvánított ár-kereslet pontok alapján meghatározzuk a keresleti és az árbevételi függvényt, majd azt az árat tekintjük optimálisnak, amelyiknél az árbevételi görbe eléri maximumát. A továbbfejlesztésben megőriztem az ároptimalizációs célt, de törekedtem a gyakorlati alkalmazás minél egzaktabb kidolgozására. Nem grafikus úton keresem az ár-kereslet pontokból képzett árbevételi görbe maximumát, hanem felhasználom azt az ismert mikroökonómiai összefüggést, miszerint az árbevétel maximuma ott található, ahol az ár rugalmassági együttható abszolút értéke egységnyi. A legkisebb négyzetek módszerével függvényt illesztve határozom meg a keresleti függvényt, amelyből kifejezem az ár rugalmassági együtthatót, majd a maximális árbevételt biztosító optimum árat. Ennek képletét levezettem az SPSS által alkalmazott valamennyi függvénytípusra, de a legjobb illeszkedésre általában a másod-, és harmadfokú polinomiális és az exponenciális függvény esetében számíthatunk.

Az empirikus próbák arra hívták fel a figyelmet, hogy a függvényillesztés előtt indokolt egy **skálatranszformáció**, a koordináta rendszer olyan eltolása, amelyben a keresleti függvénynek csak a tesztelt árpontokhoz tartozó szakasza befolyásolja az optimum árat. Az egyéni hozzáadott érték tehát az optimum ár matematikai levezetésében és a számítási részletek egzaktabb kidolgozásában áll. **Olyan technikákból áll össze, amelyeket külön-külön már régóta ismernek és alkalmaznak, de ezek**

együttes alkalmazása és az optimum ár képletének kifejezése jelenti az újszerűséget. Elmondható, hogy eredetileg a logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer ellenőrzésére „mellékesen” kifejlesztett függvényillesztés módszere több szempontból is önmagában alkalmazható árkutatási módszernek tekinthető. A módszer előnye leginkább gyors és egyszerű alkalmazásában áll, korlátjának is az egyszerűsége, kétváltozós jellege tekinthető.

2. A tudományos kutatás során, így a marketingkutatásban is a különböző problémák, kudarcok megoldáskeresése „pozitív externáliákhoz” vezethet. Valami hasonló történt a második empirikus kutatás során, amely annak ellenére, hogy egy új termék árának a meghatározására volt tervezve, a keresleti modellben az ár nem volt szignifikáns hatással a keresletre. Ez a probléma mindjárt az elején rávilágított a binomiális logisztikus regresszió alapuló árkutatási módszer kritikus pontjára: a módszer alkalmazhatatlan lesz, ha a kutatás tervezése során nem vesszük figyelembe a keresletet meghatározó legfontosabb tényezőket, illetve ha nem ismerjük azokat a technikai részleteket, amelyek jelentősen növelhetik egy modell magyarázó erejét. Ilyenek a különböző **kérdezéstechnikai** lehetőségek, vagy olyan marketing szempontból triviális összefüggéseket eredményező változók beépítése, amelyek a modell előrejelző képességét lényegesen javítják.

További eredménye a második „sikertelen” empirikus kutatásnak **a becsült valószínűségek alapján történő besorolás küszöbértékének egyfajta optimalizálási algoritmus**a, ami egy olyan probléma gyakorlati megoldása, amelyet az idevágó ökonometriai szakirodalom legelismertebb szerzői (Greene, Hosmer és Lemeshow) is említenek. A kidolgozott küszöbérték optimalizálási algoritmus a marketingkutatási gyakorlat része lehet a binomiális logisztikus regressziós modellt alkalmazó projektek során.

3. A másik kifejlesztett árkutatási módszer **ökonometriai modellt, a binomiális logisztikus regressziós modellt alkalmazza** egy termék/szolgáltatás keresletének modellezésére.

A binomiális logisztikus regressziós elméleti alapjainak bemutatása során arra törekedtem, hogy a gyakorlati alkalmazáshoz szükséges információkat helyezzem előtérbe, például **a modellspecifikációs mutatók és a modellszelekciós eljárások vizsgálatával**. A modell specifikációja során olyan gyakorlati megállapításokat, javaslatokat fogalmaztam meg, amilyenekkel ökonometriai könyvekben ritkán találkozhatunk, de a gyakorló kutató számára fontos lehet:

- A legjobb találati aránnyal rendelkező modellben sok olyan magyarázó változó van, ami nincs szignifikáns hatással a függő változóra, de kontroll alatt tartásuk, indirekt hatásaik kiküszöbölése növelte a modell magyarázó erejét. Ezért a modellszelekciós eljárások összehasonlítása során megállapítottam, hogy az ENTER módszer a legmegfelelőbb, feltéve, ha elegendő idő áll rendelkezésünkre a piackutatási projekt során. Ezzel szemben a legnagyobbat lehet tévedni a végeredményt jelentő optimum árban, ha az ENTER módszerrel nem találjuk meg a legjobb specifikációjú modellt.
- Kategorialis független változó használatával jobb találati eredményt érünk el, mint ugyanannak az ismérvnek „magasabb mérési szintű” numerikus változójával.
- A modell illeszkedési jóságát növeli, ha a kategorialis magyarázó változóknak minél több értéke, kategóriája van.

E megállapításokat az árkatatási módszer alkalmazásának modellspecifikációja során fogalmaztam meg, általános érvényességük megkérdőjelezhető és újszerűségek kétséges, mégha a vizsgált szakirodalomban nem is található.

Legfontosabb újdonság az, hogy az ároptimalizáláshoz szükséges árrugalmassági együtthatót a többváltozós keresleti függvényt jelentő logisztikus regressziós egyenletből az ár, mint független változó határhatásából vezettem le. A kidolgozott módszer fontos eredménye, hogy **analitikusan levezeti az optimum árat**, nincs szükség különböző iterációs eljárásokra. Rég megállapított, de a marketing gyakorlat által indokolatlanul mellőzött összefüggés a módszer alapja: az árbevétel annál az ár-kereslet pontnál lesz maximális, ahol az árrugalmassági együttható egyenlő mínusz eggyel. Az árrugalmassági együtthatót az ár, mint a keresleti modell független változó határhatásából fejezzük ki, és az előbbi összefüggés alapján megkapjuk az **optimum ár képletét**:

$$p_o = \frac{1}{b_1 \cdot (y^* - 1)}$$

A modellspecifikáció után már csak annyi a dolgunk, hogy az optimum ár képletébe behelyettesítjük a termék árának a paraméterét (b_1) és a kereslet becsült valószínűségét (y^*). Ez utóbbi kiszámolására három alternatíva kínálkozik: a becsült valószínűségek átlagával, a küszöbértéknél (0,5) nagyobb becsült valószínűségek arányával, és az interjúalanyok által kinyilvánított, „tényleges” kereslettel való számolás. Leginkább alkalmazható megoldásnak a vásárlók arányával való számolást tartom, de ez még a módszer nyitott kérdésének tekinthető.

Az értekezés központi témáját jelentő binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkatatás módszer bemutatására kiválóan alkalmasnak bizonyult a harmadik empirikus kutatás, a modell magas előrejelzési pontosságot ért el és az ár hatása is szignifikáns volt. Ez nem csak annak tulajdonítható, hogy a kutatás tervezése során lényegesen több ismerettel rendelkeztem az adott témában, mint az előző témában, hanem a keresletre vonatkozó **kérdéstechnika** is megfelelőnek bizonyult.

4. KÖVETKEZTETÉSEK ÉS JAVASLATOK.

A kifejlesztett két árkutatási módszer egymástól függetlenül, de egymás mellett is alkalmazható. Pontosabban valamennyi olyan árkutatási projektben, amelyben a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló módszert alkalmazzuk használható a függvényillesztés módszere is, de ez fordítva nem érvényes. A függvényillesztés módszere - egy piackutatási projekt esetében nagyon lényeges - előnyökkel kecsegtet, mivel nem igényel összetett modellspecifikációt, ezért lényegesen egyszerűbb és gyorsabb, mint a többváltozós modell. Ezzel szemben az ökonometriai modell a multidimenzionális modellezés legfőbb erényét a komplex hatások együttes figyelembe vételét, az interferenciák kiküszöbölésének lehetőségét nyújtja.

A kifejlesztett módszerek alkalmazási feltételei

A következőkben összegzem a két módszer alkalmazásának feltételeit, csoportosítva őket a kutatás célja, az adatgyűjtési mód és a binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló módszer esetében az ökonometriai feltételek mentén.

- **A kutatás céljára vonatkozó feltételek.** Nyilvánvalóan a legalapvetőbb feltétel egy marketingkutatói módszer kiválasztásánál, hogy összhangban legyen a kutatási céllal. Mindkét módszer egyaránt alkalmazható egy új termék bevezetésénél, vagyis a kinyilvánított vásárlási hajlandóságot vizsgálva, vagy egy már a piacon levő termék tényleges keresleti adatainak elemzésekor. A piackutatási gyakorlatból kiindulva a módszerek keresztmetszeti adatok elemzésére lettek kifejlesztve, de megvizsgálandó a longitudinális adatokra való alkalmazás lehetősége is. A függvényillesztés módszere esetében ez könnyen megvalósítható, mivel a módszer deklaráltan csak az ár és a kereslet viszonyát vizsgálja minden más tényező figyelmen kívül hagyása mellett. Pontosabban azt az implicit feltételt fogadjuk el, hogy a konkurens termékek árai, azok változása, gyakorlatilag a termék keresletét befolyásoló valamennyi tényező megjelenítődik a fogyasztók rezervációs árában. A többváltozós modell alkalmazása során pedig ezt a feltételt nem utasítjuk el, szándékunk, hogy a szignifikáns keresleti tényezők közül minél többet meghatározzunk és hatásukat kvantifikáljuk. A binomiális logisztikus regressziós modellen alapuló árkutatási módszer kiterjesztése az idősoros adatokra már a doktori téma továbbfejlesztési lehetőségei közé tartozik, jelentős változtatásokat igényel mind az ökonometriai modellspecifikáció, mind a változó marketingkörnyezetet lekövető adatgyűjtési módszerek terén.

- **Az adatgyűjtés módjára vonatkozó feltételek.** A kinyilvánított vásárlási hajlandóságra alapozó direkt árkutatás esetén kritikus a lekérdezés optimális módjának a megválasztása. A pontos és egzakt adatgyűjtés általános feltételein túl legfontosabb, hogy csökkentsük a direkt árkutatási technikákra jellemző, a valósnál magasabb árérzékenység mérésének valószínűségét, de ugyancsak kerülendő a monadikus tesztekre vagy az indirekt technikákra jellemző alacsony ár rugalmasság, vagy az a végletes helyzet, amikor az ár nincs szignifikáns hatással a keresletre. Ezért optimális kérdezési technikának azt javaslom, amelyben **véletlenszerűen rákérdezzünk egy árra a tesztelni kívánt öt-hat közül, és a negatív vagy pozitív válasz függvényében megvizsgálunk még egy kisebb illetve nagyobb árat.** Ezzel a módszerrel talán megtalálható az „arany középút”, elkerülhető a nyitott kérdés,

vagy az árletra válaszainak irrelevanciája, és csökkentem annak esélyét, hogy az ár ne legyen szignifikáns hatással a keresletre.

- A feltételek közé sorolhatjuk az **értelemszerű kódolást** is, amikor a kereslet változó 0 vagy 1 értéket vehet fel. A logisztikus regressziós modell esetében a magyarázó változók nemcsak intervallum, hanem nominális változók is lehetnek, amelyek kategóriái dummy változókként kerülnek be a modellbe. Általános elvárás, de a modellspecifikáció esetén is nagyon fontos, hogy minél kevesebb hiányzó, illetve kiugró értéke legyen a magyarázó változóknak.

- **Ökonometriai feltételek.** A binomiális logisztikus regressziós modell kevesebb feltételnek kell megfeleljen, mint a lineáris regressziós modell, nem feltétel a függő változó normális eloszlása, de a normális, Poisson, binomiális vagy gamma eloszlás valamelyike szükséges. Nem feltétel továbbá a függő változó homoszkedaszticitása és a modell hibatagjának a normál eloszlása sem, de Garson (2009) nyomán a következő feltételekre figyelhetünk:

1. **Pontos modellspecifikáció.** A szakirodalom (Garson, 2009) szerint is, de a harmadik empirikus kutatásnál is láthattuk, hogy a modell viszonylag kismértékű változása (egy-két magyarázó változó bevonása vagy kizárása) jelentős különbségeket eredményezett a regressziós együtthatókban következésképp az optimum árban.
2. **Független hibatagok.** Ennek a feltételnek a sérülése elsősorban idősoros adatoknál fordul elő, de valamilyen kísérleti hatás előtti vagy utáni adatfelvétel, általában a nem független részminták esetén is. A módszer kidolgozottságának jelenlegi fázisában még nem egyértelmű, további elemzést igényel az a lehetséges probléma, hogy az előbbieken javasolt, két egymásra épülő árkérdésre adott válaszokat tekinthetjük-e egymástól függetlennek. Amennyiben ez a lehetséges probléma ökonometriai modellspecifikációval nem oldható meg, akkor a monadikus tesztet, az egyetlen árkérdést javaslom, ami értelemszerűen nagyobb mintaelemszámot igényel.
3. **A tökéletes szeparáció hiánya.** Ha valamely magyarázó változó(k) tökéletesen szeparálja a függő változó értékeit, akkor az adott magyarázó változó b paramétere értelmezhetetlenül nagy lehet.
4. **Multikollinearitás.** A lineáris regresszió OLS becsléséhez hasonlóan tökéletes multikollinearitás, a független változók közötti függvényszerű kapcsolat esetén a modell „összeomlik”, az ökonometriai szoftverek általában hibajelzést adnak. Nem tökéletes, de nagymértékű multikollinearitás esetén a független változó paramétere nem, de a standard hiba nagysága változik. A multikollinearitás kezelésére a lineáris regressziós modellnél alkalmazott megoldások használhatók.
5. **Kiugró értékek (outlier-ek).** Szintén az OLS-hez hasonlóan a kiugró értékek szignifikánsan befolyásolhatják az eredményeket. Ezek kizárásához az SPSS-ben lehetőségünk van a standardizált reziduumok vizsgálatára és külön változóba való rögzítésére. Az általában elfogadott .05-ös szignifikancia szinten, az 1,96-nál nagyobb standard reziduumok eseteinek a kizárása indokolt.

Továbbfejlesztési lehetőségek

Az ökonometriai árkutatási módszer a többi kategoriális és korlátozott eredményváltozójú (CLDV) modellre is kifejleszhető. A korlátozott eredményváltozójú modellek legelterjedtebb típusára, a **tobit modellre** már levezettem az optimum ár képletét (Lázár, 2008), de a módszer megbízható

használatához szükséges mind a különböző ökonometriai szempontok (pl. modellspecifikációs szempontok, súlyozás kérdése stb.), mind a marketingkutatói szempontok (pl. kérdezéstechnika) figyelembe vétele.

A tobit modellnél fontosabbnak, a marketingkutatóban nagyobb jelentőségűnek tartom a módszer kidolgozását **a multinomiális logit modellre**, mivel a függő változó kategoriális jellege nagyon valószínű vásárlási helyzetek modellezésére alkalmas. Természetesen e modellnél is specifikus ökonometriai problémákkal találkozhatunk: az egyik ilyen erőteljes feltevés az, amit Irreleváns Alternatívák Függetlenségéként (*Independence of Irrelevant Alternatives*) ismer a szakirodalom. A marketingkutatói problémák is jelentősek; az ár rugalmassági együttható helyett valószínűleg kereszt-ár rugalmasságot kell vizsgálnunk, mivel a multinomiális logit egy alternatíva választásának valószínűségét más alternatívákhoz viszonyítva számszerűsíti és nem a vásárlás elutasításához. A multinomiális logisztikus regressziósn alapuló ár kutatói módszertan valószínűleg nagyon sok hasonlóságot fog mutatni az egyre népszerűbb *Choice Based Conjoint*-tal. További kategoriális és korlátozott eredményváltozójú modellek is adaptálhatók, például a probit modell, de ennél a határhatás kiszámítása technikailag meglehetősen nehéz és rosszul értelmezhető, ennek megfelelően az ár rugalmassági együttható, illetve az optimum ár kiszámítása is az.

A továbbfejlesztési lehetőségek másik iránya **az idősoros ökonometria** alkalmazása, az időtényező, mint független változó beépítése a keresleti modellbe. Ennek a fejlesztésnek komoly gyakorlati jelentősége lehet, mivel a tényleges keresleti adatok jellemzően idősoros adatok. Amennyiben sikerül az időtényező mellett a modellbe megfelelően beépíteni a változó környezeti és marketing-mix elemeket, akkor erős eszköze lehet a marketing információs rendszereknek és a vállalati árpolitikának.

5. A SZERZŐNEK AZ ÉRTEKEZÉS TÉMAKÖRÉHEZ KAPCSOLÓDÓ PUBLIKÁCIÓI

A) Tudományos publikációk

Magyar nyelven megjelent tudományos könyv

- Lázár Ede: Kutatásmódszertan a gyakorlatban az SPSS használatával. Kolozsvár, Scientia, 2009. ISBN 978-973-1970-23-3. 151 p.

Magyar nyelven megjelent tudományos könyvrészlet

- Makó Zoltán – Lázár Ede – Máthé Szilárd: Előrejelző módszerek gazdasági és műszaki alkalmazásai. Kolozsvár, Scientia, 2009. ISBN 978-973-1970-10-3. 178 p.

B) Tudományos cikkek

Idegen nyelven megjelent tudományos cikkek

- Lázár Ede: The application of a price research method based on the empirical demand function at the pricing of the products of a Romanian web shop. Journal of Economic and Business Research, 2009/1, p. 106-121. ISSN 2068-3537.
- Lázár Ede: New methods in demand based price optimization. Journal of Economic and Business Research, 2009/2, p. 43-63. ISSN 2068-3537.
- Lázár Ede: Microeconometric models in market research price optimization. Journal of Economic and Business Research, 2010/1, p. 47-59. ISSN 2068-3537.

Magyar nyelven megjelent tudományos cikkek

- Lázár Ede: Mikroökonometriai modellek alkalmazása a marketingkutatásban – a Tobit regressziós modell. Közgazdász Fórum, 2008/3, p. 43-51. ISSN 1582-1986.
- Lázár Ede: A keresleti függvény empirikus meghatározásán alapuló árkutatási módszer alkalmazása egy romániai webáruház termékeinek beárazásánál. Közgazdász Fórum, 2010/6, p. 47-62. ISSN 1582-1986.
- Lázár Ede: Ároptimalizálás: ökonometriai modellezésen és az empirikus keresleti függvény meghatározásán alapuló árazási technikák. Vezetéstudomány, megjelenés alatt (befogadó nyilatkozattal). ISSN: 0133-0179.

C) Tudományos konferenciákon elhangzott előadások konferencia kiadványban megjelentetve

Idegen nyelvű

- Lázár Ede: Utilizarea modelelor de alegere calitativă în testările de preț.
In: Sesiunea Internațională de Comunicări Științifice „Integrare și Globalizare”, Vol. II., , Editura Universității din Pitești, 2005, p. 78-83, ISBN 973-690-385-0.
- Lázár Ede: Logit and Tobit regression models in market research.
In: International Conference „The impact of European integration on the national economy”, Cluj-Napoca, 28-29. 10.2005, p. 196-202, ISBN: 973-751-083-6.
- Lázár Ede: Modele microeconomice în Business Intelligence.
In: International Conference „La un pas de integrare: oportunități și amenințări”, Drobeta Turnu-Severin, 2-3.6.2006. p. 43-46. ISBN: 973-742-371-2
- Lázár Ede: Credit scoring with econometric models.
In: International Conference „Strategic leadership in the context of globalization and regionalization”, Cluj-Napoca, 9-10.6.2006. p. 331-338. ISSN: 1220-0506.
- Bakacsi Gyula - Lázár Ede: Relations between societal practice cultural variables of Romania and economic development indicators at regional level. Paper presented on VIII. Chemnitz East Forum. Chemnitz, 2007.09.13-15. p. 17-52. ISSN: 1612-7218.